

Ю. М. Краковский, В. К. Карнаухова

## ВЫБОР ЦЕНЫ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ УСЛУГИ НА ОСНОВЕ ИМИТАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ ПРОЦЕДУРЫ

Y. M. Krakovsky, V. K. Karnaukhova

### The choice of the educational fee on the basis of simulating and analytical procedure

In order to motivate educational fee the simulating and analytical procedure of the probabilistic cost analysis of make-out is offered. The procedure is verified through the data received at the Faculty of Service and Advertising, Irkutsk State University.

В рыночных условиях практически каждый вуз создал службу маркетинга, одной из функций которой является обоснование коммерческой цены за обучение студентов. В маркетинге наработано множество подходов для определения цены: 1) на основе издержек производства; 2) с ориентацией на спрос; 3) с ориентацией на конкуренцию; 4) с ориентацией на равновесие издержек и состояние рынка [1]. При первом подходе цена определяется исходя из себестоимости и прибыли (анализ безубыточности). В развитие этого подхода в работе предлагается имитационно-аналитическая процедура вероятностного стоимостного анализа безубыточности.

Ценообразование на основе анализа безубыточности и обеспечения целевой прибыли известно в литературе как стоимостной анализ безубыточности [1], иногда его называют CVP-анализ (затраты, объем, прибыль) [2]. Главными элементами этого метода являются нахождение точки критического объема производства (точки безубыточности) и определение объема продаж, обеспечивающего необходимый размер прибыли.

Введем такие обозначения:  $q$  — объем продаж в н. е. (натуральных единицах);  $x$  — переменные затраты на единицу продукции в руб. /н. е.;  $y$  — выручка на единицу продукции в руб. /н. е.;  $k$  — постоянные затраты в руб.;  $G$  — выручка при продаже  $q$  единиц продукции в руб.,  $G = y \cdot q$ ;  $V$  — общие затраты при производстве  $q$  единиц продукции в руб. Для анализа безубыточности  $V = f_v(q, x) + k$ , где  $f_v(q, x)$  — переменные затраты (рис. 1).

В образовательных организациях затраты также можно разделить на постоянные, которые не зависят от количества студентов (пока это количество находится в некоторых пределах), и переменные. В связи с этим, данный метод может быть использован в маркетинге образовательных услуг [3].

В приведенных исследованиях: объем продаж — это число принятых студентов;  $y$  — средневзвешенная по специальностям оплата за обучение одного студента в год; выручка  $G$  — оплата за  $q$  студентов; затраты  $V$  — затраты на образовательные услуги.

Величина  $V$  является случайной, так как величины  $X$  и  $K$  являются случайными. В связи с этим, величина прибыли при фиксированном числе студентов также является случайной величиной. Поэтому необходимо ввести вероятность того, что прибыль будет больше минимального значения  $T_0$

$$P(T > T_0) = P_0, \quad (1)$$

где  $P_0$  — заданное значение вероятности (уровень надежности). Таким образом, в отличие от классического подхода, в данной работе используется вероятностная модель стоимостного анализа.

Анализ соотношения затрат, объема производства и прибыли в условиях неопределенности представлен и в других работах, например, в работе [4]. Но в цитируемой работе случайность прибыли определяется случайностью объема производства. В данной работе стохастичность определяется случайностью функции затрат, а именно случайностью коэффициентов этой функции.

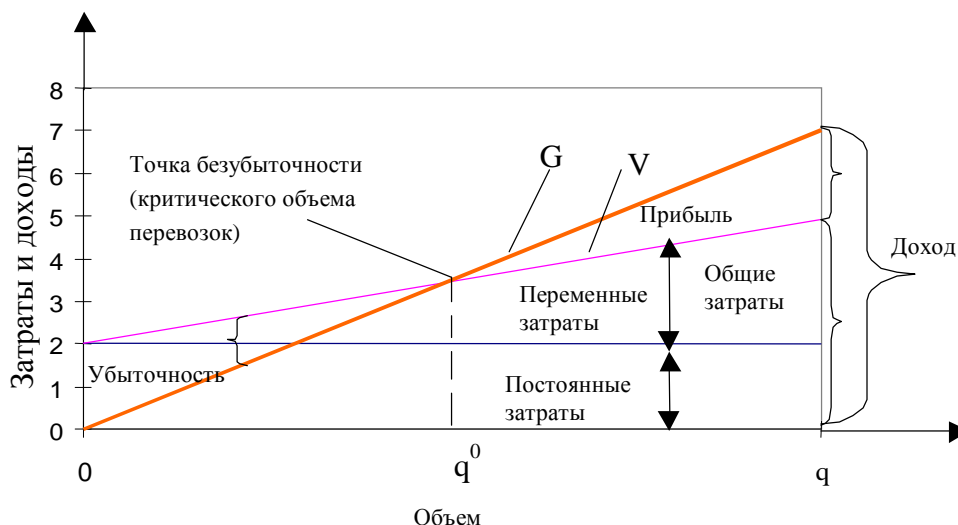


Рис. 1. Анализ безубыточности

При практическом использовании CVP-анализа чаще всего применяют метод наименьших квадратов, основанный на экспериментальных данных:  $(V_i, q_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , где  $n$  — число экспериментальных точек. Так как число точек  $n$  на практике не очень большое, то в качестве функции выбирают уравнение прямой

$$V = x \cdot q + k. \quad (2)$$

При фиксированном числе студентов  $q$  величина прибыли

$$T = (y - X) \cdot q - K \quad (3)$$

имеет нормальный закон с параметрами

$$m_t = (y - m_x) \cdot q - m_k, \\ D_t = s_t^2 = D_x \cdot q^2 + 2 \cdot q \cdot r_{xk} \cdot s_x \cdot s_k + D_k, \quad (4)$$

где  $m_t, m_x, m_k$  — математические ожидания случайных величин  $T, X, K$ ;  $D_t, D_x, D_k$  — их дисперсии;  $s_t, s_x, s_k$  — среднеквадратические отклонения;  $r_{xk}$  — коэффициент корреляции величин  $X$  и  $K$ .

Точка безубыточности с учетом (2)

$$Q_0 = K/(y - X), \text{ н. е.} \quad (5)$$

Величина  $Q_0$  является случайной с математическим ожиданием  $m_{q_0}$ .

Найдем ее плотность распределения вероятностей для случая (5) [5]

$$f_q(q) = \int_{-\infty}^0 -zf(z, qz)dz + \int_0^{\infty} zf(z, qz)dz, \quad (6)$$

где  $f(z, qz)dz$  — совместная плотность величины  $Z = y - X$  и числителя  $K$ .

Зная (6), можно найти математическое ожидание величины (5), но получение аналитической формулы возможно лишь для частных случаев.

Введем нормированное значение  $L = q/m_{q_0}$  и найдем зависимость вероятности  $P(T > T_0/q = m_{q_0} \cdot L)$  от величин  $L$  и  $T_0$ .

Для нормального закона при известных числовых характеристиках

$$P(T > T_0/q = m_{q_0} \cdot L) = 1 - \Phi_0((T_0 - m_t)/s_t), \quad (7)$$

где  $\Phi_0(x) = P(X < x)$  — функция Лапласа; числовые характеристики  $m_t$  и  $s_t$  определяются по формуле (4). Решая уравнение (7) при выбранной величине  $T_0$ , мы и найдем искомое количество студентов

$$q_p = m_{q_0} \cdot L_p, \quad (8)$$

обеспечивающее прибыль не менее значения  $T_0$  с уровнем надежности  $P_0$ , здесь  $L_p$  — решение уравнения (1).

Исследования показали, что случайность величин  $X$  и  $K$  приводит к случайности величины  $Q_0$  с асимметричным законом и математическим ожиданием меньшим, чем при расчете по средним. Это и является одним из факторов, обосновывающих необходимость применения вероятностного подхода при исследовании прибыли на основе анализа безубыточности.

Основной является зависимость  $T_0 = T(L)$  при заданном  $P_0$ , так как она позволяет находить либо минимальную прибыль при заданном

числе студентов, либо число студентов при заданном значении минимальной прибыли.

Для нормального закона прибыли эта зависимость при  $T_0 < m_l$

$$T_0 = m_l - z \cdot s_l, \quad (9)$$

где  $z$  — квантиль нормированного нормального закона; при  $P_0 = 0,9$   $z = 1,28$ , а при  $P_0 = 0,8$   $z = 0,84$ . Учитывая (4), (8) и (9),

$$L_p = [-B + (B^2 - 4AC)^{1/2}]/(2A), \quad (10)$$

где  $A = m_{q0}^2[(m_y - m_x)^2 - z^2(D_y + D_x)]$ ;  $C = (m_{q0} - T_0)^2 - 2m_k T_0 - z^2 D_k + m_k^2$ ;  $B = 2m_{q0}[(m_y - T_0)(m_y - m_x) - m_k(m_y - m_x) - z^2 r_{xk} s_x s_k]$ .

В разработанной процедуре числовые характеристики величины  $Q_0$  (5) оцениваются методом имитационного моделирования, а вероятность  $P(T > T_0/q = m_{q0} \cdot L)$  рассчитывается либо аналитически по формуле (7), когда прибыль имеет нормальный закон, либо методом имитационного моделирования, когда прибыль имеет произвольный закон. Поэтому этот подход и назван имитационно-аналитическим.

Разработанный имитационно-аналитический подход позволяет для средневзвешенной стоимости обучения одного студента, с учетом бюджетного финансирования, определить: а) необходимое число студентов, обеспечивающих минимальную прибыль  $T_0$  при выбранном уровне надежности  $P_0$  (8, 10); б) минимальную прибыль при известном числе студентов и выбранном уровне надежности  $P_0$  (9); в) зависимость между числом студентов  $q$  и минимальной прибылью  $T_0$  при выбранном уровне надежности.

Результаты проведенных исследований, полученные с помощью моделирующей программы, приведены ниже. Исходные данные по общим затратам и приему студентов за период с 1999 по 2003 год по факультету сервиса и рекламы ИГУ представлены в таблице 1. Общие затраты за 1999–2003 годы получены путем приведения фактических затрат к декабрю 2003 года.

Для этих данных методом наименьших квадратов получена зависимость общих затрат (2):

$$m_k = 1867,84; s_k = 586,99; m_x = 17,39; s_x = 2,82; r_{xk} = -0,95.$$

В исследовании анализировалось три цены (тыс. руб.): 30; 27,5; 25.

Рассмотрим случай, когда цена  $y = 30$  тыс. руб. Для этого случая оценка математического ожидания величины точки безубыточности  $Q_0$  равна 144,58 человек, доверительный интервал для математического ожидания (144,39–144,77).

Гистограмма относительных частот величины  $Q_0$  приведена на рис. 2.

На рис. 3 приведена зависимость минимальной прибыли  $T_0 = T(q)$  при уровне надежности  $P_0 = 0,9$ . Для обеспечения минимальной прибыли  $T_0 = 0$  тыс. руб. количество студентов равно  $q = 161$  чел. Для прогнозного значения приема студентов на 2004 год (300 чел.) минимальная прибыль  $T_0 = 1583,61$  тыс. руб. Если задать минимальную прибыль в размере 1000 тыс. руб., то число студентов, обеспечивающих ее, должно быть не менее 235 чел.

На рис. 4 приведена зависимость минимальной прибыли  $T_0 = T(q)$  при уровне надежности  $P_0 = 0,8$ . Количество студентов, обеспечивающих минимальную прибыль  $T_0 = 0$  тыс. руб., равно  $q = 157$  чел. Для прогнозного значения числа студентов на 2004 год (300 чел.) минимальная прибыль  $T_0 = 1697,58$  тыс. руб. Если задать минимальную прибыль в размере 1000 тыс. руб., то число студентов, обеспечивающих ее, должно быть не менее 232 чел.

Аналогично были просчитаны варианты с другими ценами, результаты расчетов приведены в таблице 2 (на рис. 5 приведена гистограмма точки безубыточности (5) для цены 27,5 тыс. руб.).

Как мы видим, закон распределения для обеих цен имеет явно асимметричный вид. Если осуществлять расчеты по средним, то, например, для цены  $y = 30$  тыс. руб. точка безубыточности равна 148,12, что больше, чем получено методом имитационного моделирования (144,58).

Аналогично и для других цен.

Таблица 1

Прием, чел.	88	174	218	238	272
Затраты, тыс. руб.	3680,4	4562,6	5343,4	5940,3	7032,2

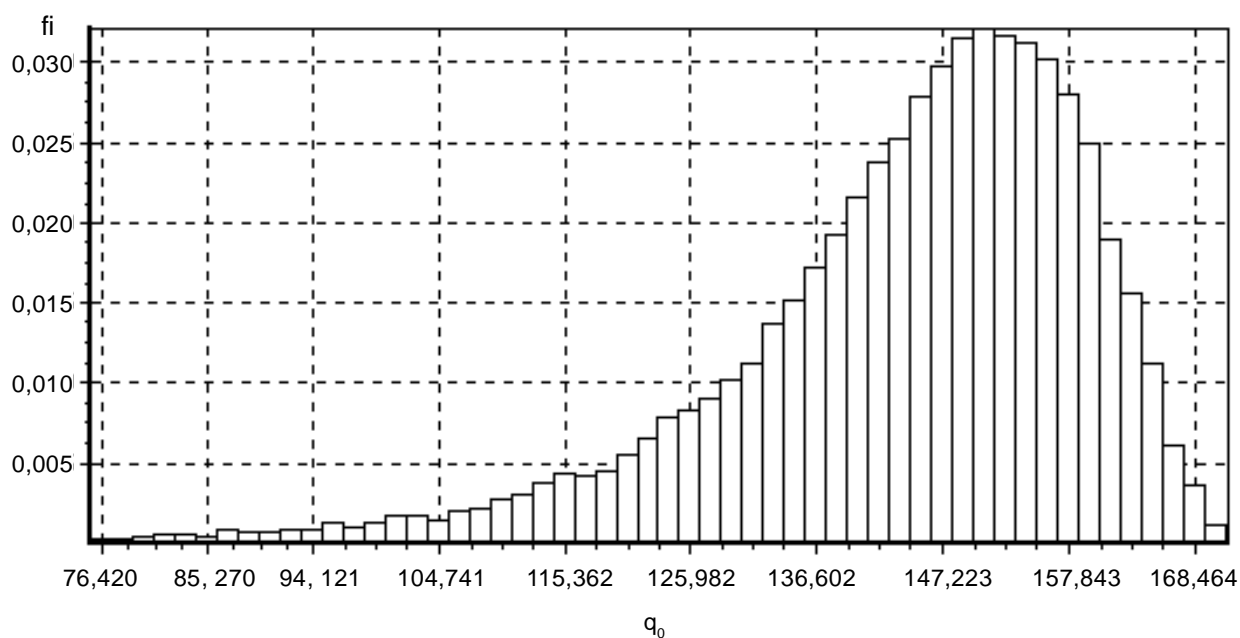


Рис. 2. Гистограмма относительных частот величины  $Q_0$

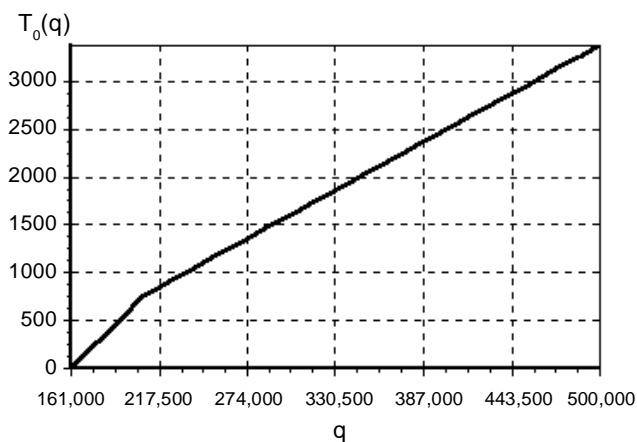


Рис. 3. Зависимость  $T_0 = T(q)$ ,  $P_0 = 0,9$

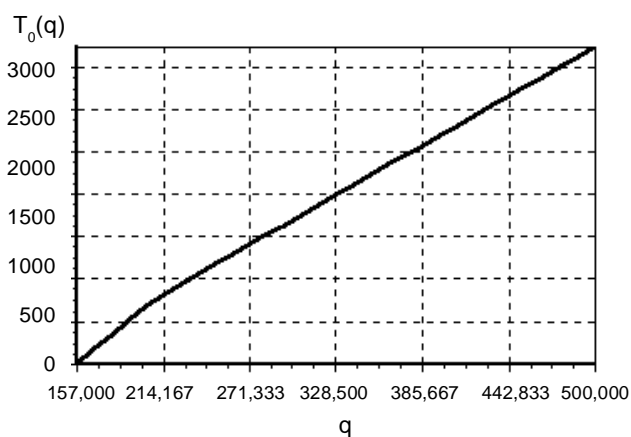


Рис. 4. Зависимость  $T_0 = T(q)$ ,  $P_0 = 0,8$

Таблица 2

У	$P_0$	оценка $Q_0$	Доверительный интервал		q при $T_0=0$	q при $T_0=1000$	$T_0$ при q =300
30	0,9	144,58	144,39	144,77	161	235	1583,61
30	0,8	144,58	144,39	144,77	157	232	1697,58
27,5	0,9	182,2	182,10	182,34	191	326	833,61
27,5	0,8	182,2	182,10	182,34	189	307	947,58
25	0,9	258,5	256,41	260,71	279	529	83,6
25	0,8	258,5	256,41	260,71	262	453	197,58

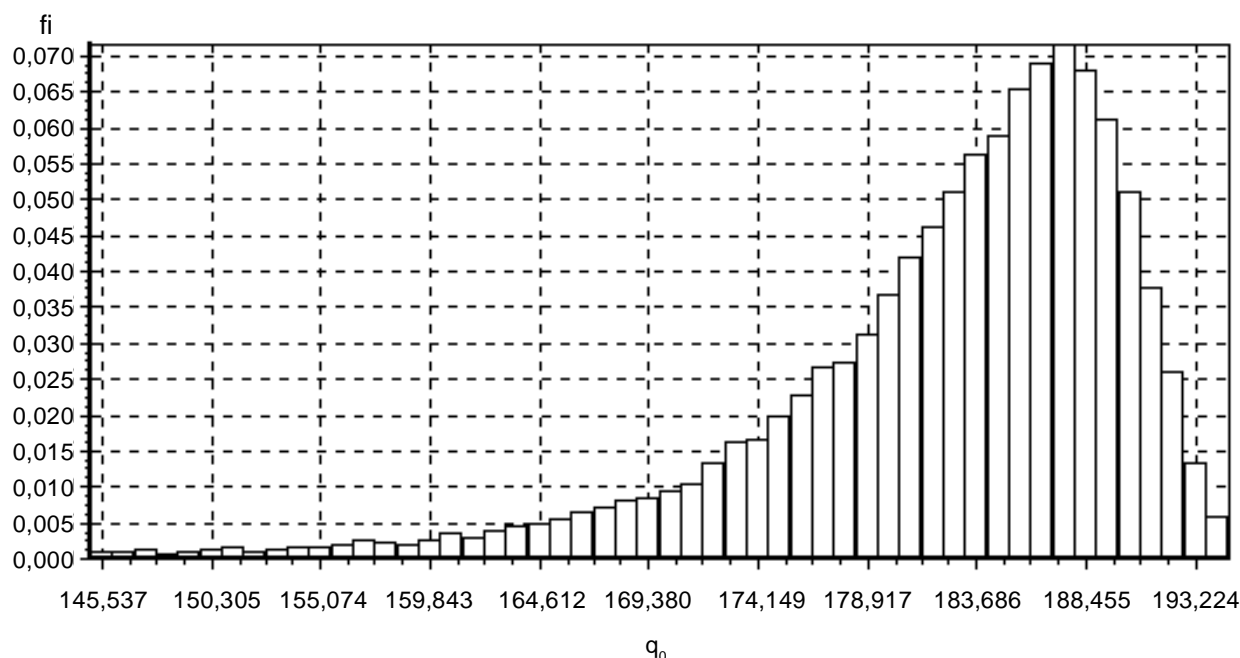


Рис. 5. Гистограмма точки безубыточности для цены 27,5 тыс. руб.

Таким образом, с одной стороны, с увеличением цены за обучение минимальная прибыль возрастает, но, с другой стороны, ценой можно и «отпугнуть» абитуриентов, поэтому необходим компромисс между ценой и прибылью. Поиск этого компромисса и может обеспечить созданная имитационно-аналитическая процедура вероятностного стоимостного анализа безубыточности.

### Выводы

1. Предложенная процедура может быть использована службой маркетинга вуза при выборе цены обучения. Проигрывая на модели различные варианты цены, можно выбрать ту, которая обеспечивает желаемую минимальную прибыль. Зная бюджетный набор, нетрудно определить необходимый коммерческий набор.

2. Если рассматривается несколько вариантов затрат, то наилучшим будет тот, который

обеспечивает наибольшую минимальную прибыль для выбранного значения по приему студентов  $q_p$  (8), а именно  $\max (T_o/q_p)$ .

3. Если даны затраты на весь контингент студентов, то из вычисленной численности (8) необходимо вычесть контингент со второго по пятый курс.

### Литература

1. Лебедев О. Т., Филиппов Т. Ю. Основы маркетинга. СПб.: ИД «МиМ», 1997. 224 с.
2. Картышов С. В. Marketing Expert — система поддержки принятия решений на всех этапах разработки стратегического и тактического планов маркетинга и контроля за их реализацией // Маркетинг и маркетинговые исследования в России. 1997. № 4 (10). С. 24–39.
3. Краковский Ю. М. Имитационно-аналитический подход в ценообразовании образовательных услуг // Вестн. высшей школы. 1999. № 1. С. 27–28.
4. Шим К., Сигел Г. Методы управления стоимостью и анализа затрат. М.: Финансы и статистика, 1996. 342 с.
5. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Наука, 1988. 208 с.

